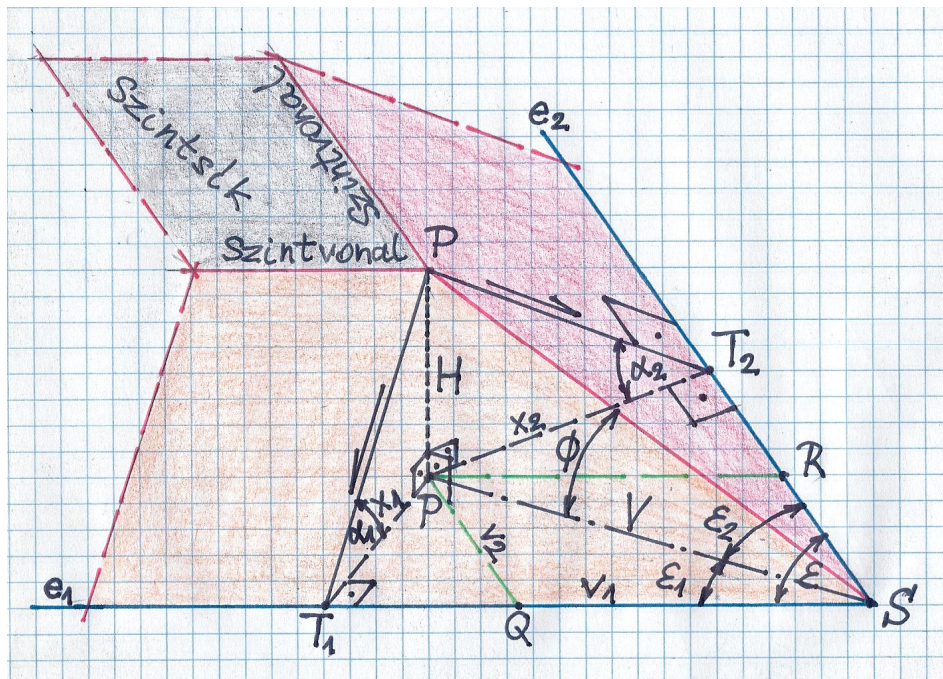


A szintvonalas eljárás és a paralelogramma - szerkesztés kapcsolatáról

Előző dolgozatunkban

– címe: *Az ereszsarok szögének két részre osztása paralelogramma - szerkesztéssel*,
jele: (E D) – kidolgoztunk egy nagyon egyszerű és kényelmes eljárást, az ereszsarok szögének két részre osztásához. Most azt vizsgáljuk meg, hogy mi a kapcsolata ennek és a szintvonalas szerkesztő eljárásnak. Ehhez tekintsük az 1. ábrát is!



1. ábra

Itt azt látjuk, hogy az S sarokban metsződő e_1 és e_2 ereszvonalakból induló α_1 és α_2 hajlásszögű tetősíkokat elmetszettük az ereszvonalak (vízszintes) síkjával párhuzamos, attól H magasságban futó szintsíkkal, mely a tetőt egy szintvonalban metszi. A szintvonalszakaszok metszéspontja P , ennek az ereszsíkra vett merőleges vetülete P' . A $P'S$ szakaszhoz, mint a paralelogramma hosszabbik átlójához megrajzoltuk az ereszvonalakkal párhuzamos v_1 és v_2 (hosszúságú) oldalakat is.

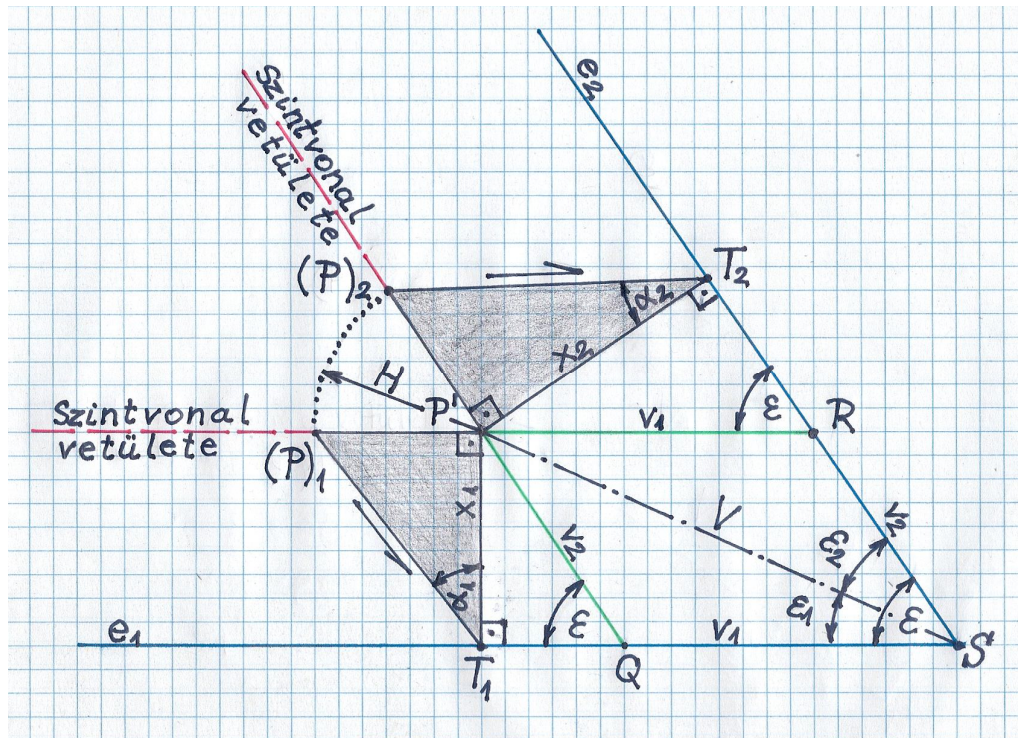
A P' pont az ereszvonalaktól x_1 , illetve x_2 távolságra van.

Az ereszsíkbeli viszonyokat a 2. ábrán ismét megtekinthetjük. Eszerint:

$$\sin \varepsilon = \frac{x_1}{v_2}, \text{ innen:}$$

$$v_2 = \frac{x_1}{\sin \varepsilon}. \quad (1)$$

Hasonlóan:



2. ábra

$$\sin \epsilon = \frac{x_2}{v_1}, \text{ innen:}$$

$$\underline{v_1 = \frac{x_2}{\sin \epsilon}}. \quad (2)$$

Továbbá:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{H}{x_1}, \text{ innen:}$$

$$\underline{x_1 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1}}. \quad (3)$$

Hasonlóan:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{H}{x_2}, \text{ innen:}$$

$$\underline{x_2 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2}}. \quad (4)$$

Most (1) és (3) - mal:

$$v_2 = \frac{x_1}{\sin \varepsilon} = \frac{\frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1}}{\sin \varepsilon} = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \sin \varepsilon}, \text{ tehát:}$$

$$\underline{v_2 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \sin \varepsilon}}. \quad (5)$$

Hasonlóan (2) és (4) - gyel:

$$v_1 = \frac{x_2}{\sin \varepsilon} = \frac{\frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2}}{\sin \varepsilon} = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \sin \varepsilon}, \text{ tehát:}$$

$$\underline{v_1 = \frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \sin \varepsilon}}. \quad (6)$$

Most képezzük a v_1 / v_2 hányadost! (5) és (6) - tal:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \sin \varepsilon}}{\frac{H}{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \sin \varepsilon}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_2}{\operatorname{ctg} \alpha_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (7)$$

Eszerint írható, hogy

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= K \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2, \\ v_2 &= K \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

vagy pedig

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= k \cdot \operatorname{tg} \alpha_1, \\ v_2 &= k \cdot \operatorname{tg} \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Mi (E D) - ben az utóbbi felírást választottuk a paralelogramma oldalhosszak felvételéhez. Minthogy (1) és (2) - vel:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{x_2}{\sin \varepsilon}}{\frac{x_1}{\sin \varepsilon}} = \frac{x_2}{x_1}, \quad (10)$$

látjuk, hogy a szintvonalas eljárásban alkalmazott (x_1, x_2) adatok szerepét az itteni (v_2, v_1) adatok átvehetik. Így mondhatjuk, hogy a két megoldási mód egymással elvileg teljesen egyenértékű. A kettő közti választás ízlésbeli, esetleg kényelmi, de nem elvi kérdés.

Megjegyzés:

Az (5) és (6) képletek egyben a paralelogramma oldalainak az eredetét is megvilágítják.

Összeállította: Galgóczi Gyula
mérnöktanár

Szödliget, 2010. január 13.